20) Se considera un arco capaz de segmento $\overline{BC}$ y 60º fijo. Sea A variable en el arco. Sobre la semirrecta opuesta a $\overline{AB}$ se ubica D tal que AC=AD. L.G. del punto D.

21) Por un punto F exterior a una circunferencia $\mathscr{C}$ de centro O, varia una recta que corta la cfa. en A y B. Hallar el lugar geométrico del punto medio M de $\overline{AB}$.

22) En un arco capaz de segmento $\overline{AB}$ y 60º varia un punto P. La mediatriz de $\overline{AP}$ corta a la recta BP en M. Hallar el lugar geométrico de M.

23) Sea un arco capaz de segmento $\overline{BC}$ y 60º fijo. Sobre el arco varia un punto A y se trazan las bisectrices de los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ que se cortan en I (incentro).

a) Calcular el ángulo $B\widehat{I}C$.
b) Hallar el lugar geométrico del incentro.
c) Por el punto C se traza la bisectriz exterior que corta a (BI) en E (exincentro). Hallar el ángulo $B\widehat{E}C$.
d) Hallar el lugar geométrico del exincentro E.
e) Generalice para un ángulo α.

24) Sean $\overset{\triangle}{ABC}$ acutángulos con $\overline{BC}$ fijo, A variable y $B\widehat{A}C$=30º. Se trazan las alturas de B y C que se cortan en H (ortocentro).Sean H_B y H_C los pies de las alturas.

a) Hallar $B\widehat{H}C$.
b) Hallar el lugar geométrico de H.
c) Generalice si el ángulo inicial es $B\widehat{A}C=\alpha$.

25) Sean dos cfas. $\mathscr{C}'$ y $\mathscr{C}''$ secantes en A y B y una recta (r) variable por A que corta a las circunferencias en N y M respectivamente.

a) Probar que los ángulos del triángulo $\overset{\triangle}{MBN}$ se mantienen constantes.
b) Hallar el lugar geométrico del incentro I del triángulo anterior.
c) Hallar el lugar geométrico del circuncentro C.

26) En un arco capaz de segmento $\overline{AB}$ y 60º se considera un punto C variable. Se construye un punto P perteneciente a la semirrecta opuesta a la $\overline{CA}$, tal que $C\widehat{B}P$=45º.

a) Hallar el lugar geométrico de P.
b) Hallar el lugar geométrico del circuncentro del $\overset{\triangle}{CBP}$.

27) Sea un triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ rectángulo en C, con $\hat{A}$=60º y sentido antihorario y sea $\mathscr{C}$ la cfa. circunscrita. Se considera P perteneciente al arco CAB. La perpendicular a CP en C corta a BP en E.

a) Probar que $C\widehat{A}B=C\widehat{P}B$ y $C\widehat{E}P=C\widehat{B}A$.
b) Hallar lugar geométrico de E al variar P.
c) Sea S punto medio de $\overline{PE}$. Hallar lugar geométrico de S.

28) Se considera un arco capaz de segmento $\overline{AB}$ y 45º y un punto P variable en dicho arco. Sea la semirrecta $\overline{Bx}$ tal que $P\widehat{B}x$=30º, $AP \cap \overline{Bx} = \{E\}$.

a) Hallar el lugar geométrico de E.
b) Hallar el lugar geométrico del circuncentro C del triángulo $\overset{\triangle}{PEB}$.

29) Sea $\mathscr{C}$ una cfa. de centro O y $\overline{BC}$ un diámetro fijo. Sean A y M dos puntos de $\mathscr{C}$ en uno de los semiplanos de borde BC, en el orden $B \prec A \prec M \prec C$ con A fijo y M variable. La mediatriz de $\overline{AM}$ corta a MB en P. Hallar el lugar geométrico de P.