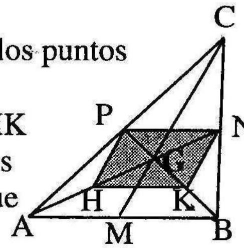
11. PROPIEDAD DEL BARICENTRO

Las tres medianas de todo triángulo $\widehat{ABC}$, se cortan en un punto G, llamado baricentro, y tal que el segmento de cada mediana, determinado por el baricentro y el punto medio es un tercio de la misma.

Demostración



Sea G ,el punto de intersección de las medianas $\overline{AN}$ y $\overline{BP}$, y H y K los puntos medios de $\overline{AG}$ y $\overline{BG}$. Como $\overline{NP}$ y $\overline{HK}$ son paralelas medias en los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{ABG}$ respectivamente , se cumplirá que NP $\parallel$ HK y que NP = HK, por lo cual se deduce que el cuadrilátero HKNP es un paralelogramo. El punto G es el centro del paralelogramo, ya que es el punto de corte de las diagonales, entonces se cumplirá que $\overline{GN} = \overline{HG} = \overline{AH}$ y $\overline{PG} = \overline{GK} = \overline{KB}$, lo cual demuestra el teorema, pues la tercer mediana tiene que dividir a éstas de igual modo, determinando el único punto G, tal que $\overline{PG} = 1/3\ \overline{BP}$ y $\overline{NG} = 1/3\ \overline{AN}$ (axioma métrico).

12. EJERCICIOS

1. Construir un triángulo $\widehat{ABC}$ conociendo los puntos medios de los lados; M, N y P
2. Dado un ángulo $x\widehat{O}y$, y un punto M interior. Construir un segmento $\overline{AB}$ de modo que $A\in \overline{Ox}$, $B\in \overline{Oy}$ y M punto medio de $\overline{AB}$.
3. Dado dos puntos A y O en un mismo semiplano respecto de una recta (r)
   a) Construir un paralelogramo (ABCD) de centro O y $B\in r$.
   b) L.G. del punto D al variar B en (r).
   c) Construir un paralelogramo de la familia tal que $A\widehat{D}C=60°$. Discuta nº de solucs.
4. Sea $\mathscr{C}$ una cfa. y A un punto fijo de ella. Se consideran los diámetros variables $\overline{BC}$. Se construyen los triángulos $\widehat{BCD}$ isósceles, $\overline{BC}=\overline{BD}$ con $A\in \overline{CD}$. Hallar el lugar geométrico de D.
5. Dadas dos cfas. $\mathscr{C}$ y $\mathscr{C}'$ secantes M y N, trazar por M una recta que determine cuerdas congruentes en ambas cfas.
6. Dado el triángulo $\widehat{ABC}$ isósceles con $\overline{AB}=\overline{BC}$, M punto medio de $\overline{AB}$, N de de $\overline{BC}$ y P de $\overline{AC}$. Demostrar que MBNP es un rombo.
7. Sea $\widehat{ABC}$ un triángulo cualquiera y $\overline{MC}$, $\overline{NA}$ y $\overline{PB}$ medianas. Sea G el baricentro. Se considera el punto R, tal que $R = C_N(G)$
   a) Probar que BGCR es un paralelogramo de centro N.
   b) Probar que $BR=2/3\overline{MC}$ y $GR=2/3\overline{AN}$.
8. Construir un triángulo $\widehat{ABC}$ conociendo las medidas de las tres medianas $\overline{BP}$, $\overline{NA}$ y $\overline{MC}$. Sugerencia: aplique el ejercicio anterior.
9. Dado un triángulo $\widehat{ABC}$, se construyen los triángulos $\widehat{AMN}$, $\widehat{BPQ}$ y $\widehat{CRS}$ simétricos del $\widehat{ABC}$ respecto a los tres vértices respectivamente.
   a) Demostrar que el hexágono MNPQRS tiene sus lados opuestos paralelos.
   b) Demostrar que el perímetro del hexágono es el triple del perímetro del $\widehat{ABC}$
10. Sean A y B dos puntos fijos y P distintos de ellos Sean $P_1= C_A(P)$, $P_2=C_B(P_1)$ y $P_3=C_A(P_2)$. Clasificar el cuadrilátero $PP_1P_2P_3$.
11. Se da una cfa. $\mathscr{C}$ y dos puntos exteriores A y O fijos. Se construyen los paralelogramos ABCD con B variable en $\mathscr{C}$ y de centro O. Hallar el lugar geométrico de D.