Práctico Nº 1

1. Resolver las siguientes ecuaciones en $\mathbb{R}$:

   $2x + 8 = 0$ $\quad$ $2x+8=5$ $\quad$ $2x + 8(x+1) = 7$

   $x(x+3)=x^2+1$ $\quad$ $\frac{x+3}{2}=5x$ $\quad$ $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$

   $x\left(\frac{x+3}{2}\right)=\frac{x^2}{2}+6$ $\quad$ $\frac{x}{12}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{4}$ $\quad$ $2(2x+3)=6$

   $x^2+5x+6=0$ $\quad$ $2x^2+10x+12=0$ $\quad$ $x^2+5x+8=2$

   $x(x+3)=x+3$ $\quad$ $x^2-16x+39=0$ $\quad$ $2x-5x^2+3=0$

   $(x+3)(x-3)=(x+3)^2$ $\quad$ $x^2-4-3(x+2)=0$ $\quad$ $-2x^2+x+1=0$

   $-2x^2+x-1=0$ $\quad$ $(x+5)^2=25$ $\quad$ $\frac{x+1}{2}-\frac{x^2-4}{3}=-4$

2. Indicar 3 soluciones de cada ecuación:

   $x+y=0$ $\quad$ $2x+y=0$ $\quad$ $5x+0y=0$

3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

   $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 9x+12y=-14 \\ 30x+6y=-58 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 3x-y=-\frac{1}{2} \\ \frac{4}{5}x+3y=\frac{32}{5} \end{cases}$

4. Realizar los gráficos de las siguientes funciones reales:

   $f_1: f_1(x)=x+3$ $\quad$ $f_2: f_2(x)=-2x+3$ $\quad$ $f_3: f_3(x)=\frac{x}{2}$

   $f_4: f_4(x)=x^2$ $\quad$ $f_5: f_5(x)=x^2+2x-3$ $\quad$ $f_6: f_6(x)=x^2+2x+1$

5. Hallar las raíces de cada una de las funciones anteriores y resolver gráficamente:

   $f_1\geq 0$ $\quad$ $f_2<0$ $\quad$ $f_5>0$ $\quad$ $f_6\leq 0$

6. Resolver las siguientes inecuaciones en $\mathbb{R}$:

   $3x+1\geq x(x-1)+4$ $\quad$ $(-5x+4)(3x+1)(x+1)^2x\geq 0$ $\quad$ $x^2(x^2-9)\leq 0$

   $\frac{x^2-4x+3}{x+2}\geq 0$ $\quad$ $\frac{-2x(x+3)}{(x-2)(x+1)}<0$ $\quad$ $\frac{(3x+4)^2(2x-3)}{(x-1)^3(x-2)}\geq 0$

   $\frac{(-2x-1)^{18}(4x-14)}{(3x-9)^{32}(-x-1)^{57}}\leq 0$ $\quad$ $\frac{(3x-2x^2)(2x^2-x-1)}{x^3(x^2-2)}\leq 0$ $\quad$ $\frac{x-3}{x-2}\leq\frac{x}{1-x}$

   $\frac{x^3+5x^2-6x+3}{x^3+2x}\geq 1$ $\quad$ $\frac{x^4-13x^2+36}{x^4-3x^2+2}\leq 0$ $\quad$ $\frac{x^4+2x^2+1}{x^2+6x+9}<0$

7. Sean a y b dos números reales, pruebe que si $a.b = 0 \Rightarrow a = 0$ o $b = 0$ (Admita $a.0 = 0$)

8. Pruebe justificando los pasos que:

   a) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

   b) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

9. Resolver en $\mathbb{R}$ justificando los pasos:
   a) $2x + 6 = 0$
   b) $(x+3)(x-8) = 0$
   c) $x + 5 = -3x + 4$
   d) $x^3 - 4x^2 = 0$

10. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.
    a. Si $x < y \Rightarrow x + z < y + z \ \forall$ x, y, z reales.
    b. Si $x < y \Rightarrow x.z < y.z \ \forall$ x, y, z reales.
    c. $\exists\, z \in \Re$, tal que $\forall$ x, y reales $x < y \Rightarrow x.z \geq y.z$
    d. $\forall\, z \in \Re,\ z \neq 0, \Rightarrow z^2 > 0$
    e. Si $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$
    f. Si a y b son dos reales positivos:
       $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$
    g. $(a\ y\ b \in \mathbb{R}^+ ;\ a < b) \Leftrightarrow a^2 < b^2$

11. Demostrar que
    a) $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c \qquad \forall\, a, b\ y\ c \in \mathbb{R}$
    b) $(a \leq b \ \ y \ \ b < c) \Rightarrow a < c \qquad \forall\, a, b\ y\ c \in \mathbb{R}$
    c) $(0 < a < b \ \ y \ \ 0 < c < d) \Rightarrow ac < bd \qquad \forall\, a, b, c\ y\ d \in \mathbb{R}$ (sug: Utilizar la propiedad anterior)
    d) $\forall a, b \in \Re,\ a < b \Rightarrow \quad a < \dfrac{a+b}{2} < b$

12. Resolver en $\mathbb{R}$:

$\sqrt{x+3} = 3 \qquad \sqrt{x+1} = \sqrt{2x-3} \qquad \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-1} \qquad \dfrac{2x+4}{\sqrt{x-2}\,.\,x^2+4} \geq 0$

$\dfrac{\sqrt{x+3}+2}{x^2-5x+6} \geq 0 \qquad \sqrt{x+3} \leq 3 \qquad \sqrt{x+1} > \sqrt{2x-3} \qquad 5 - \sqrt{3x+1} \geq 0$

$2x - 1 > \sqrt{x^2-3x+3} \qquad x + 2 < \sqrt[3]{x^2+8} \qquad 5 - \sqrt{3x+1} \geq \sqrt{x-4}$

13. Resolver en $\mathbb{R}$:

$-3 < x + 4 < 5 \qquad -1 < \dfrac{x^2-1}{x^2+1} < 1 \qquad \left|\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right| < 1 \qquad |x+2| < 5$

$\left|\dfrac{x+2}{x}\right| < 5 \qquad \left|\dfrac{x-5}{x+1}\right| \geq 3 \qquad \left|\dfrac{\sqrt{(x+3)}}{x^{34}-5x}\right| > -4$