Liceo N° 68 - Examen de Matemática I - 6° Ingeniería 08/07/2014

Nombre (en imprenta):...

1

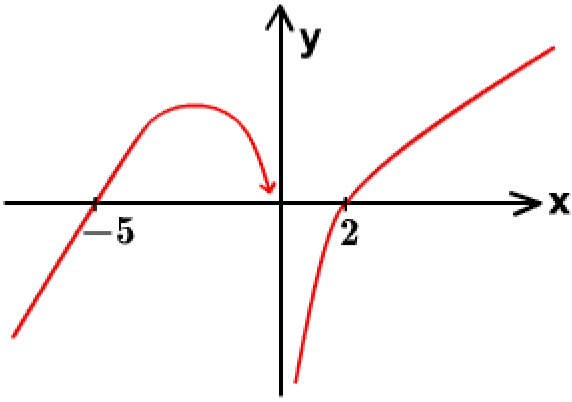
a) i) Estudio analítico y representación gráfica de $g : g(x) = (x^2 - 2).e^{-2x}$

ii) ¿ Es g inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva? Justificar.

b) Dada la gráfica de la función $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$,

hacer la representación gráfica de la función

$h : h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. Justificar.



c) Calcular el área limitada por el eje OX, por $q : q(x) = 3x^2 - 6x$ y las rectas x=0, x=3.

d) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando.

i) Si f ' (x) = g ' (x) entonces f (x) = g (x) para algún intervalo $I \subseteq \mathbb{R}$.

ii) $e^{x+2} \sim e^x$ para $x \to +\infty$ ($\sim$ es equivalente)

iii) $L(1+x) \sim x$ para $x \to +\infty$ ($\sim$ es equivalente)

2

1) Sea $p:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,/\;\; p(x)=x^2.e^{-x^2}$

¿Tiene p máximo y mínimo absoluto en $\mathbb{R}$? Hallarlos y graficar dicha función.

2) Calcular i) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1-x}{x^2}=$ ii) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x-L(1+x)}$

3) Probar que si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ con a y b reales, entonces f está acotada en un entorno de a.

4) Sea f una $f:[0,1]\to[0,1]$ una función continua. Demuestra que existe un número $m\in[0,1]$ tal que $f(m)=m$

5) Dada la función $g:g(x)=e^{-x}-x-2$

i) Demuestra que tiene al menos una raíz en los reales.

ii) Determinarla con error menor que 0,1

6) Calcular todas las asíntotas de $j:j(x)=(3x+4).e^{\left(\frac{-2}{x}\right)}$

3

a) Calcular i) $\displaystyle\int_1^4 3.e^{-2x}.dx$ ii) $\displaystyle\int\left(3x^2+5x-\frac{2}{x+1}\right)dx$

b) Hallar a y b, reales, para que $\displaystyle\int_a^b(3x-6).dx=0$ Justificar.

c) Calcular i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x^3}{2x^3+e^x}$ ii) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-x^3}{2x^3+e^x}$

Preguntas del examen teórico (oral):

1) a) Definir derivada de una función en un punto. Interpretar geométricamente.

b) Calcular la derivada de $f: f(x) = L\,(2x+3)$ en el punto $x = 5$ aplicando la definición.

c) Hallar la ecuación de la tangente a $g : g(x) = x^2 . e^{x-1}$ en $x = 1$.

2) Enunciar y demostrar el Teorema de Rolle.

3) Enunciar el axioma de completitud.