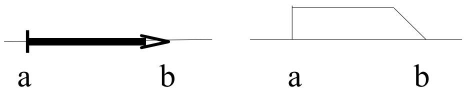
Intervalos

Intervalo Cerrado. $[a,b]=\{x/x\in R, a\leq x\leq b\}$

Intervalo Abierto. $(a,b)=\{x/x\in R, a<x<b\}$

Intervalo semi abierto $[a,b)=\{x/x\in R, a\leq x<b\}$



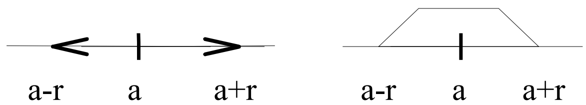
Otros casos

$[a,+\infty)=\{x/x\in R, x\geq a\}$

$(-\infty,a)=\{x/x\in R, x<a\}$

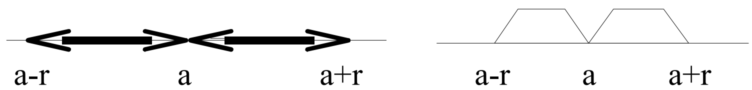
Entornos:

De centro a **y radio** r **:** $E_{a,r}=(a-r,a+r)$



Reducido

$E_{a,r}-\{a\}=E^{*}_{a,r}=(a-r,a+r)-\{a\}$



Semientorno derecho $E^{+}_{a,r}=[a,a+r)$

Semientorno izquierdo $E^{-}_{a,r}=(a-r,a]$

Definiciones en R

Cota superior. Un conjunto A no vacío de números reales está acotado superiormente si y solo si existe un $k \in R$ tal que todo elemento de A es menor o igual que k .

Acotado inferiormente si ... mayor o igual que $h \in R$

Un conjunto A no vacío de números reales está **acotado** si está acotado inferiormente y superiormente

Extremo Superior (supremo). Es la menor de las cotas superiores

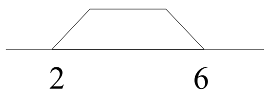
Extremo Inferior (ínfimo). Es la mayor de las cotas inferiores

Máximo. Es el supremo si este pertenece al conjunto

Mínimo. Es el ínfimo si este pertenece al conjunto

Ejemplos

1) $A=\{x / x \in R, 2<x<6\}$



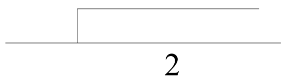
una cota superior es 8, una cotas inferior es 1

Conjunto de las cotas superiores es $C_s=[6,+\infty)$, el de las inferiores $C_i=(-\infty,2]$

extremo superior $e_s=\{6\}$ extremo inferior $e_i=\{2\}$

No tenemos ni máximo ni mínimo ya que ni el 2 ni el 6 pertenecen al conjunto

2) $B=\{x / x \in R, 2 \leq x\}$



una cota inferior es -5

$C_s=\{\ \}$, e_s no tiene y máximo tampoco $C_i=(-\infty,2]$, $e_i=2$ y $\textit{mínimo}=2$

3) $C=\{x / x \in R^+, x^2<2\}$ $C_s=[2,+\infty)$, $e_s=2$, no tiene mínimo,

$C_i=(-\infty,0]$, $e_i=0$ y no tiene máximo

En este último caso se aplicó el axioma de completitud.

Axioma de completitud. Todo conjunto no vacío, incluido en los reales, acotado superiomente tiene supremo.

Se deduce de este axioma que también todo conjunto no vacío, incluido en los reales, acotado inferiomente tiene ínfimo.

Completar la tabla

n	$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$	$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$
1		
2		
3		
4		
5		
10		
100		
1000		
10^5		
10^{10}		

Observamos que los elementos de la segunda columna son todos menores que los de la tercer columna.
No demostramos y solo aceptamos que cualquier elemento de la segunda columna es menor que cualquier elemento de la tercer columna. Se cumple entonces que ambos conjuntos son acotados inferiormente y superiormente.

Definimos el número $e=$ extremo superior de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ (o el inferior de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$)