

**TEOREMAS DE WEIERSTRASS, BOLZANO Y DARBOUX**

c)  $f(x) = \begin{cases} 0 & , x = 0 \\ \frac{L(x^2 + x + 1)}{x} - 1 & , x \neq 0 \end{cases}$       d)  $g(x) = \begin{cases} e^{x^2-4} - 1 & , x > -2 \\ \frac{x+2}{x^2+4x} & , x \leq -2 \end{cases}$

3) Estudiar en  $\mathbb{R}$  la continuidad de  $g(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 1-x & , 0 < x < 1 \\ 1 & , x \geq 1 \end{cases}$

4) Sea  $f : f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & , x \neq 3 \\ a & , x = 3 \end{cases}$  Hallar el valor  $a$  para que  $f$  sea continua en 3

5) Sea  $f : f(x) = \begin{cases} \frac{Lx-L2}{x-2} & , x > 2 \\ (x^2 + \alpha) & , x \leq 2 \end{cases}$  Calcular el número  $\alpha$  para que  $f$  sea continua en 2

6) Sea  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \leq 0 \\ x+a & , x > 0 \end{cases}$  .Discutir según  $a$  la continuidad de  $f$  en  $\mathbb{R}$  e interpretar gráficamente .

7) Sea  $f : f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & , x < 0 \\ 2 + L(a+x) & , x \geq 0 \end{cases}$  . Hallar  $a$  para que  $f$  sea continua en 0.

8) Sea  $f : f(x) = \begin{cases} e^x & , x < 0 \\ ax+b & , 0 \leq x \leq 1 \\ L(x+2) & , x > 1 \end{cases}$  . Hallar  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en 0 y 1

9) Sea  $f : f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x < -1 \\ x & , -1 \leq x \leq 2 \\ xe^{x-b} & , x > 2 \end{cases}$  . Hallar  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en -1 y 2.

10) Sean  $f : f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases}$        $g : g(x) = \begin{cases} 2x & , x \geq 1 \\ x^2 - 1 & , x < 1 \end{cases}$

- a) Estudiar la continuidad de  $f$  y  $g$  en 1.  
 b) Calcular  $f+g$  y probar que es continua en 1.  
 c) Si la suma de dos funciones es continua en  $a$  , cada función es continua en  $a$  ?

11) Sean  $f : f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & , x \geq 2 \\ 2x - 1 & , x < 2 \end{cases}$        $g : g(x) = \begin{cases} 1 - 2x & , x \geq 2 \\ -x & , x < 2 \end{cases}$

- a) Estudiar la continuidad de  $f$  y  $g$  en 2. b) Calcular  $f.g$  y probar que es continua en 2.  
 c) Si el producto de dos funciones es continuo en  $a$  , cada función es continua en  $a$  ?

12) Sea  $g : g(x) = \begin{cases} x+1 & , x \geq 0 \\ x^2 - 1 & , x < 0 \end{cases}$  . a) Probar que  $g$  no es continua en 0-

- b) Calcular  $f \circ g$  siendo  $f : f(x) = |x|$ . c) Es  $f \circ g$  continua en 0 ?

13) Estudiar dominio y continuidad de las siguientes funciones:

a)  $f : f(x) = \frac{x^2-3}{x+4}$       b)  $f : f(x) = \frac{x^2-x}{x^2+x-2}$       c)  $f : f(x) = L(x^2 - 3x + 2)$

d)  $f : f(x) = L|x+2|$       e)  $f : f(x) = L\left(\frac{x+3}{x}\right)$       f)  $f : f(x) = L\left|\frac{4-x}{x-2}\right|$

g)  $f : f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$       h)  $f : f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$       i)  $f : f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x+2}}$

j)  $f : f(x) = \sqrt{9-x^2}$       k)  $f : f(x) = \sqrt{(x-3)(x+2)}$       l)  $f : f(x) = 3\sqrt{\frac{x^3}{x^2-9}}$

m)  $f : f(x) = xLx$       n)  $f : f(x) = \frac{\frac{1}{(x-1)e^{x^2-1}}}{x+1}$       o)  $f : f(x) = \frac{\frac{1}{e^x - 1}}{\frac{1}{e^x + 1}}$

p)  $f : f(x) = \frac{x-3}{Lx}$       q)  $f : f(x) = \frac{x+8}{Lx-2}$       r)  $f : f(x) = \frac{x+4}{L^2x-3Lx}$

s)  $f : f(x) = L|e^x - 7|$       t)  $f : f(x) = \frac{x^2 + Lx}{e^x - 5}$       u)  $f : f(x) = L|e^{2x} - 4e^x + 3|$

\*14) Sea  $f$  una función continua en  $\mathbb{R}$ . Demostrar que la función  $|f|$  definida por  $|f|(x) = |f(x)|$  también es continua en  $\mathbb{R}$ . ¿Vale el recíproco ?

\* 15) a) Supóngase que  $f$  es una función que satisface  $|f(x)| \leq |x|$  para todo  $x$ .

    Demostrar que  $f$  es continua en 0. [ Obsérvese que  $f(0)$  debe ser igual a 0 ]

    b) Supóngase que  $g$  es continua en 0 ,  $g(0) = 0$  , y  $|f(x)| \leq |g(x)|$ . Demostrar que  $f$  es continua en 0.