I numeri di Fibonacci e la formula di Binet

a cura di Flavio Cimolin

(ultimo aggiornamento: 27/01/2006)

I numeri di Fibonacci costituiscono una delle serie di numeri naturali più famose in assoluto. La regola è semplice: partire da 0 e 1 e ad ogni passaggio scrivere la somma degli ultimi due numeri. La successione che si genera in questo modo è proprio la sequenza di Fibonacci:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

La caratteristica principale di questa sequenza sta nel fatto che essa è definita in maniera ricorsiva, ovvero per trovare un numero della serie, è necessario conoscere tutti quelli precedenti. E' però possibile, in realtà, trovare una formula analitica per i numeri di Fibonacci, cioè una formula che permetta di calcolare direttamente l'n-esimo termine della sequenza anche senza conoscere i precedenti. Tale formula è passata alla storia con il nome di Formula di Binet:

$$\boxed{Fib(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]}$$

E' davvero sorprendente constatare che una formula di questo genere, contenente addirittura termini irrazionali, possa fornire al variare di *n* solo numeri naturali. Eppure è così: svolgendo i calcoli si scopre che tutte le radici si eliminano, e la frazione si semplifica fino a fornire esattamente il numero di Fibonacci corrispondente al valore di *n*.

Il valore [1+sqr(5)]/2 che compare nella formula, corrisponde guarda caso alla famosa "**sezione aurea**", il numero a cui tende il rapporto fra due numeri di Fibonacci consecutivi: 1.6180339...