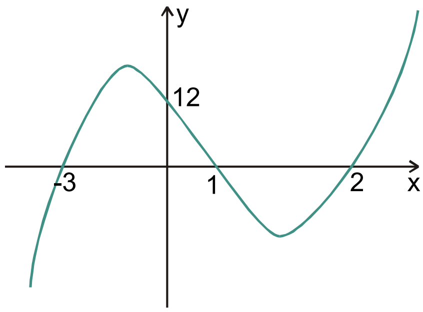
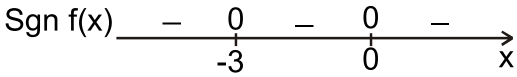
POLINOMIOS

1) Sea f una función de tercer grado cuya gráfica se adjunta.
   a) Determinar f(x).
   b) Resolver: i) $f(x) = 12$
   ii) $f(x) < 12$
   iii) $f(x) \leq 4x + 12$.

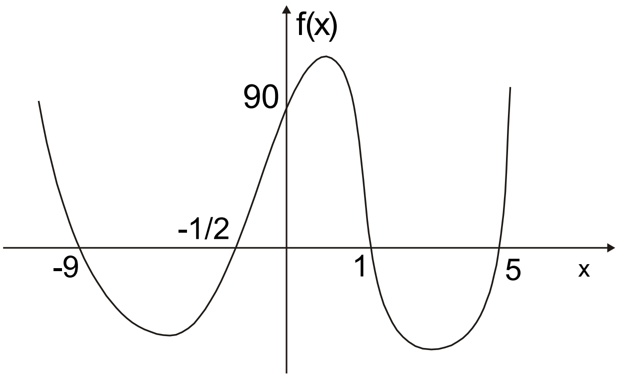


2) El siguiente es el esquema del signo de una función polinómica f de cuarto grado:

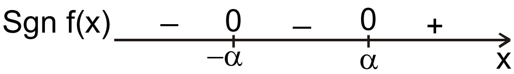


a) Realiza un esbozo de la gráfica de f.
b) Determina f sabiendo además que $f(-1) = -2$.

3) El siguiente esbozo corresponde a la gráfica de una función polinómica de 4º grado. Determina su expresión analítica.



4) Sea $f(x) = 2x^3 + a^3x^2 -4x - a^5$, determina el valor de $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que:



5) Hallar una función polinómica f de grado 2 tal que :
   $2f(x)-f(x-1)=x^2$; para todo $x \in \mathbb{R}$

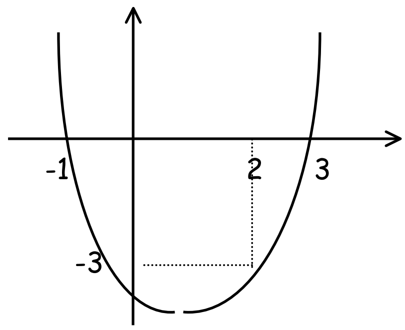
6) Determina a, b y c reales, para que en cada caso:
a) $ax^2 + x + a - (x+1)^2 = bx + c \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$.
b) $(x + a)^2 + (x + b)^2 = cx^2 + 8 \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$.
c) $ax(b + x) + c = cx^2 + b(x + 1) \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$.

7) Hallar raíces comunes de :

a) $f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 - 20x - 84$
$g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$

b) $f(x) = 3x^3 - 17x^2 + 18x + 8$
$g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$

8) Se conoce el gráfico de una función polinómica g de segundo grado:



a) Determinar una función polinómica f, de tercer grado que cumpla:

f (x)	g (x)
-24	-2x – 4

b) Hallar todas las raíces reales de f y escribir su descomposición factorial.
c) Determinar una función polinómica h de segundo grado sabiendo que tiene dos raíces comunes con *f* y que h(1)= - 16.

9) Sean p y q dos funciones polinómicas tales que:
$2p(x) - q(x) = -10x^3-47x^2-59x-10$
$p(x) + 3q(x) = 65x^3+ 148x^2+ 37x+2$
a) Determina las expresiones analíticas de p y q.
b) Investiga si p y q tienen raíces comunes.
c) De ser así, determinarlas y además escribir la descomposición factorial de p(x) y q(x).

10) Se sabe que dos funciones polinómicas f y g admiten raíces comunes 2,3 y -7.
Sea r el resto de dividir f entre g.
a) Hallar r si se sabe que r(0) = -14.
b) Hallar g si se sabe que g(0) = 42 y g(1)=0.
c) Hallar f sabiendo que q(x) = 2x+1 siendo q el cociente de la división anterior.
d) Hallar raíces de h = f-g .

11) Hallar las raíces racionales de:

$q(x)=12x^4 + 13x^3 + 7x^2 - 5x + 6$
$p(x)= x^3 + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} + 2$
$f(x) = 6x^3 + 11x^2 - 19x + 6$
$g(x) = 4x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 9x - 9$

12) Sea $f(x)=3x^3-x^2-3ax+a$.
a) Hallar a entero $a \neq 0$, sabiendo que f(a/2)=0. Luego hallar todas las raíces de f.
b) Formar g de tercer grado que tenga raíces: -12/a; 1/3; y que
f(0)-g(0)=0 y g(-2)=-14.

13) Hallar las raíces de las siguientes funciones polinómicas sabiendo que:

$f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 2$ y tiene dos raíces opuestas.
$f(x) = 35x^3 + 26x^2 - 4x - 1$ y el producto de dos de sus raíces es –1/5.
$f(x) = 12x^3 - 91x^2 + ax - 84$ y se cumple que $\alpha = \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\delta}$. Además determinar a.
$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + a$ y se cumple que $\alpha^2 + \beta^2 = \delta^2$. Además determinar a.
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x + a$ y se cumple que $\alpha.\beta = \delta^2 - 7$. Además determinar a.

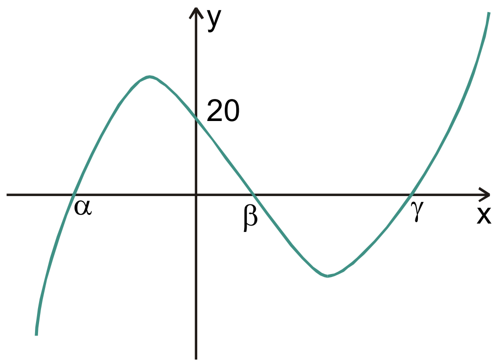
14) Hallar las raíces independientes del parámetro:

a) $f(x) = (m^2 + 3m)x^3 + (4m^2 + 6m + 1)x^2 + (4m^2 + 3m + 3)x + 6m + 2$
b) $f(x) = x^3 + (3 - 3m)x^2 + (2m^2 - 9m)x + 6m^2$

15) $f(x) = a^2x^3 + (2a + 1)x^2 - 4(2a^2 + 2a + 1)$
a) Hallar una raíz independiente de a.
b) Hallar a para que la suma de las tres raíces sea –3.
c) Para el valor positivo de a resolver f(x)>0.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

16) Determinar la función polinómica f de tercer grado cuya gráfica se adjunta sabiendo que el coeficiente principal es 2, que $\alpha\beta = -10$ y que $\alpha + \beta = -1$. (No hay que usar relaciones entre coeficientes y raíces)

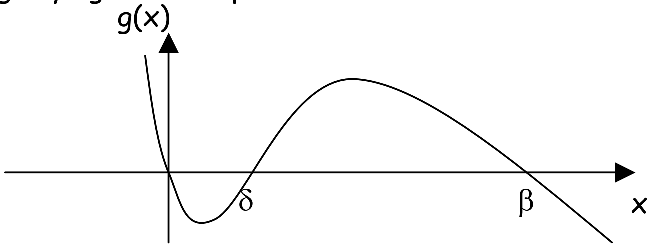


17) Se considera el polinomio $f(x)=ax^3+bx^2+bx+a$ $(a \neq 0)$

i) Probar que: i) $f(\alpha)=0 \Rightarrow f(\frac{1}{\alpha})=0$ $(\alpha \neq 0)$

ii) $f(-1)=0$

ii) Determinar f(x) sabiendo que la función polinómica f tiene dos raíces comunes con la función polinómica g cuyo gráfico se presenta a continuación:



- $4\delta+\beta=5$
- $a = -3$