

Examen de Matemática B 6º Ingeniería Instituto Crandon 29/7/2013

I.

A. Discutir y resolver según m real $\begin{cases} (m-1)x + (2m)y = m+2 \\ (m)x + (2m-2)y = m+1 \end{cases}$

B. Resolver: $\begin{vmatrix} 2x-1 & x-1 & 0 \\ x-2 & x & x-2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$

II.

A. Resolver por el método de Gauss $\begin{cases} 4x + y - 2z = 2 \\ -5x + 2y - z = -19 \\ x - 2y - 3z = -13 \end{cases}$

B. Sea la familia de recta $2mx + 3m.(2x+y) + 4.(3x+2y+m) + 12 - 3m = 0$.

i) Investiga si forman haz, en caso afirmativo halla su centro.

ii) Halla la ecuación de la recta de la familia paralela a la recta $-2x + y = 5$

III.

a) Hallar la ecuación de la parábola de vértice $V(0,-8)$ y directriz $y = -63/8$

b) Sea J variable en la parábola $y = x^2$, t la tangente a parábola en J
 $t \cap Ox = \{C\}$, por C se traza s paralela a Oy y por $K(1,1)$ se traza z
paralela a t . Hallar el lugar geométrico de $\{I\} = s \cap z$. Reconocer y hallar
elementos

c) Discutir género y degeneramiento de la siguiente familia de cónicas
 $x^2 + y^2 - 2x - 3y + \lambda.(x^2 - 2x - 2y) = 0$ según λ .

d) Representar la zona del plano tal que: $\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \\ y \geq -x \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 \leq 0 \end{cases}$

IV.

a) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(2,5)$,
 $B(3,2)$ y que su centro pertenece a la recta $3y + 2x + 1 = 7$

b) Hallar la/s tangentes a la circunferencia $C) x^2 + y^2 + 2x - 8y + 12 = 0$
por el punto $H(-2,7)$

c) Sea P el centro de la circunferencia $C)$ y Q variable en la recta AB con
 $A(2,5)$ y $B(3,2)$. j la recta perpendicular a PQ por $O(0,0)$. Hallar el
lugar geométrico de $\{K\} = j \cap PQ$. Reconocer y hallar elementos

d) Determinar la ecuación de la envolvente de rectas

$$\lambda x + (\lambda^2 + 1)y + \lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0 \text{ . Reconocer}$$

Soluciones

I.

a) $m \neq \frac{1}{2}$ SCD $m = \frac{1}{2}$ SI

b) $x = 1$ y $x = -\frac{1}{2}$

II.

c) $X=2$ $y=-4$ $z=1$

d) Centro $(1,-3)$ $y = 2x - 5$

III.

a) $y = -2x^2 + 8$

b) $y = 4x^2 - 4x + 1$

c) Con -1

d) Da bonito

IV.

a) $x^2 + y^2 + 10x - 2y - 39 = 0$

b) t) $y - 2x = 11$ y t') $x + 2y = 12$

c) $x^2 + y^2 + 5x - \frac{3}{5}y = 0$

d) $x^2 - 4y^2 + 6x - 12y + 1 = 0$ Hipérbola

SOLO PARA LIBRES

V. Se consideran los puntos fijos $A(-2,0)$ y $B(2,0)$, sea la recta a) $x+2=0$. Una recta r) de ecuación $y = mx$ corta a la recta a) en el punto Q, y r') la perpendicular a r) por B corta a la recta a) en el punto P.

- Hallar las coordenadas de P y Q en función de m y verificar que $d(A,P) \cdot d(P,Q)$ es constante.
- La paralela a Ox por P corta a r) en M y la paralela Ox por Q corta a la recta OP en T. Hallar las coordenadas de M y T. Y probar que las rectas MT forman haz y determinar su centro.
- Hallar el lugar geométrico del punto M
- Se traza s) perpendicular a r) por Q. Hallar la envolvente de s).