

**I.**

A. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por el método de gauss

$$\begin{cases} 2x + y + z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 16 \\ x + 3y + 4z = 12 \end{cases}$$

B. Sea la familia de rectas:  $3 \cdot (k + x + 2y) + y \cdot (m + 2) + m \cdot (x + y) + 11 = 0$

- i. Demostrar que forman haz y hallar su centro
- ii. Hallar la ecuación de la familia que pasa por el punto (1,1)

**II.**

A. Discutir según k real

$$\begin{cases} (k^2 - 1)x + (k + 1)y = 2k \\ (k - 1)x + ky = k - 1 \end{cases}$$

B.

i. Calcular la inversa de la siguiente matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

ii. Calcular el siguiente determinante  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

**III.**

- i. Halla la ecuación de la circunferencia C, de centro O y radio 1. Y halla la ecuación de la tangente a la circunferencia por el punto A(1,0) y por el punto C(-1,0)
- ii. Se considera una recta s) variable por el punto A que corta a la circunferencia en A y E. Sea F el simétrico de A respecto a E. Hallar el lugar geométrico de M, punto de intersección de las rectas OF y CE.
- iii. Discutir género y degeneramiento de la siguiente familia de cónicas según m.  $y^2 + x^2 + x - y + (m - 2)xy - 2 = 0$ .

**IV.** Se consideran los puntos fijos A(-2,0) y B(2,0), sea la recta a)  $x+2=0$ . Una recta r) de ecuación  $y = mx$  corta a la recta a) en el punto Q, y r') la perpendicular a r) por B corta a la recta a) en el punto P.

- i. Hallar las coordenadas de P y Q en función de m y verificar que  $d(A,P) \cdot d(P,Q)$  es constante.
- ii. La paralela a Ox por P corta a r) en M y la paralela Ox por Q corta a la recta OP en T. Hallar las coordenadas de M y T. Y probar que las rectas MT forman haz y determinar su centro.
- iii. Hallar el lugar geométrico del punto M
- iv. Se traza s) perpendicular a r) por Q. Hallar la envolvente de s).