

Instituto Crandon - Examen de Matemática B 6° Ing. - 01 de octubre del 2015

Eximidos: ejercicios 3 y 4.

3) Se considera la familia de cónicas K_λ $(\lambda - 1).x^2 + 4xy + (\lambda + 2).y^2 + 2\lambda.x + 8y + 2\lambda = 0$

a) Estudiar género y degeneramiento de K_λ en función de λ , $\lambda \in \mathfrak{R}$.

b) Para el mayor valor de λ para el cual K_λ degenera, graficar K_λ . Reconocer.

c) Determinar la envolvente de la siguiente familia de rectas: $y\lambda^2 + \lambda x + 6\lambda^2 = 3\lambda - 2 - y$

Hacer un esbozo de su gráfica y señalar la zona del plano por donde no pasan rectas de la familia.

4) a) Se consideran los puntos A(0, -2), B(6, -2) y C punto variable sobre el eje OX. En el triángulo ABC la altura h_A corta a la recta BC en el punto P. Hallar el lugar geométrico de P. Reconocer y hallar elementos.

b) Halla la ecuación de la parábola de vértice $V(-1, 2)$ y directriz $x = -\frac{5}{4}$

c) Halla la intersección de la parábola hallada en b) con la recta $x - 2y + 5 = 0$.

d) Sea la familia de circunferencias $x^2 + y^2 - 2(m^2 + m)x - 2(m^2 - m)y + 31 = 0$.

Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias al variar m. Reconocer.

Algunos resultados:

3) a) Para λ igual a -3 ó a 2, la cónica es una Parábola
Entre esos valores es una Hipérbola, y por fuera de ese rango, es una Elipse.

b) La cónica degenera para λ igual a -4 ó 2.

Para este último valor, la Parábola degenerada es: $x+2y+2=0$

c) La envolvente es $\frac{(y+4)^2}{4} - \frac{(x-3)^2}{16} = 1$

4) a) Es la circunferencia de centro (3,-2) y de radio 3.

b) La parábola es $x = y^2 - 4y + 3$.

c) La intersección contiene a los puntos (-1,2) y el (3,4).

d) $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y = 0$ Es una Parábola real.