

Instituto Crandon - Examen de Matemática B 6° Ing. - 13 de julio del 2015

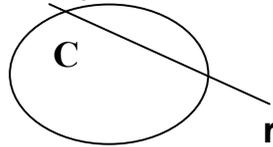
Eximidos: ejercicios 3 y 4.

Reglamentados: ejercicios 1 al 4.

Libres: ejercicios 1 al 5.

1) a) Dada la circunferencia de centro $O(-1, 3)$ y radio $r = \sqrt{10}$, hallar la ó las ecuaciones de las tangentes que pasan por el origen de coordenadas.

b) Construir (ubicar) el polo de la recta r respecto a la circunferencia C . Justificar. El centro no es un dato.



2) a) Sea ABC un triángulo rectángulo en B. $M(0, 3)$ es el punto medio de AB. La recta BC es $2x + y - 8 = 0$. El punto C pertenece al eje OX. Hallar las coordenadas de A, B y C y el área del triángulo ABC.

b) ABCD es un cuadrilátero nombrado en sentido horario, inscripto en una circunferencia. La intersección de AC y BD es el punto M. La longitud del segmento AM es 6, del segmento BM es 7 y la del segmento CM es 8. Calcular la longitud del segmento DM. Justificar.

3) a) Dada la parábola P) $x = \frac{1}{\lambda}y^2 - 4y + \lambda$, con $\lambda \neq 0$. Sea N la intersección de la parábola con el eje OX. Por N se traza la tangente t a la parábola, y por el foco F de la parábola se traza la perpendicular p a la recta t . a) Hallar el lugar geométrico de la intersección de p y t .

b) Calcular λ de manera que la recta $x = 2y + 8$ sea tangente a la parábola y determinar el punto de contacto.

c) Determinar la envolvente de la siguiente familia de rectas: $y(\lambda^2 + 1) + \lambda x + 6\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$. Hacer un esbozo de su gráfica y señalar la zona del plano por donde no pasan rectas de la familia.

4) Se considera la familia de cónicas K_λ) $(\lambda - 3)x^2 + 4xy + \lambda y^2 + 5y = 0$

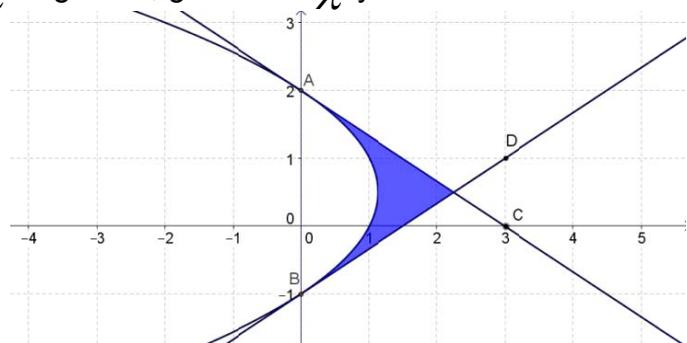
a) Estudiar género y degeneramiento de K_λ en función de λ , $\lambda \in \mathbb{R}$.

b) Para los valores de λ para los cuales K_λ degenera, graficar K_λ y reconocer.

c) Expresar la región del plano limitada por la parábola y las rectas AC y BD.

Dichas rectas son tangentes a la parábola dibujada en los puntos A y B.

Los puntos A, B, C y D, cuyas coordenadas son números enteros, son datos.



d) Sea la familia de circunferencias $x^2 + y^2 - 2(m^2 + m)x - 2(m^2 - m)y + 31 = 0$.

Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias al variar m . Reconocer.

5) LIBRES: Hallar la ecuación de la hipérbola de focos $A(1,0)$ y $B(-1,1)$ que pasa por $P(0,2)$.

Soluciones:

1) $x - 3y = 0$

2) a) A(-2,2) B(2,4) C(4,0) área = 10

b) DM mide $\frac{48}{7}$

3) a) $3y + x = 0$

b) $\lambda = -1$ P(2,-3)

c) Hipérbola de ecuación $\frac{(y+4)^2}{2^2} - \frac{(x-3)^2}{4^2} = 1$

- 4) a) género: si $\lambda > 4$ ó $\lambda < -1$, el género es elíptico
si λ está entre -1 y 4, el género es hiperbólico.
si λ es -1 ó 4, el género es parabólico.

La familia de cónicas degenera para $\lambda=3$.

b) La familia degenera en 2 rectas; $y=0$, $4x+3y+5=0$

c) $(y^2 + 2x - y > 2) \wedge (2x+3y < 6) \wedge (2x-3y < 3) \wedge (x > 0)$

d) $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y = 0$ Es una parábola real.