

Instituto Crandon - Examen de Matemática B 6° Ingeniería. – 30/09/2014

Reglamentados: ejercicios 1 al 4. Eximidos: ejercicios 3 y 4.

1) i) Sea ABC un triángulo rectángulo en A. La recta AC es $r) 3y - 2x - 7 = 0$.

$M\left(2, \frac{3}{2}\right)$ es el punto medio \overline{AB} . La ordenada del punto C es -1.

Hallar las coordenadas de los puntos A, B, C y calcular el área del triángulo ABC.

ii) Construir un segmento que mida exactamente $\sqrt{\frac{57}{2}}$ cm. Justificar.

2) i) Trazar una circunferencia **C** y una recta **r** exterior.

Construir (ubicar) el polo **P** de la recta **r** respecto a la circunferencia **C**.

Dicho de otra forma, **r** es la polar de **P** respecto a **C**. Justificar.

ii) Representar gráficamente la zona delimitada por la siguiente inecuación:

$$(x^2 + y^2 - 4x + 4y) \cdot (2x^2 + 2y^2 + 12x + 10) \cdot (y) \leq 0$$

3) i) Hallar la ecuación de una circunferencia que pasa por (0,4), por (0, -2) y es tangente a la recta $3y + 2x + 14 = 0$. Además, la abscisa del centro es un número entero.

ii) Sean las circunferencias $\mathcal{C}) x^2 + 2m^2x + y^2 + 2my - 2y + m^4 + m^2 - 2m = 3 - m^2$.

Investigar para qué valores de m existen circunferencias.

iii) Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias de la parte ii), teniendo en cuenta lo anterior. Graficar y limitar.

iv) Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el origen y cuyas asíntotas son las rectas $y - x + 3 = 0$, $2y + 4x + 1 = 0$.

4) i) Discutir género y degeneramiento, según λ , de la siguiente familia de cónicas:

$K) x^2 + \lambda xy + \lambda y^2 + \lambda y + 1 = 0$. Escribir las ecuaciones de las cónicas degeneradas y de ser posible, graficarlas.

ii) En un par de ejes ortogonales, graficar la recta **r**) $x + y = 0$ y ubicar el punto **A**(1,3). Encontrar, sólo con regla y compás, por lo menos 4 puntos diferentes del plano que se encuentren, cada uno, a la misma distancia de la recta **r** y del punto **A**. Justificar.

iii) Con la recta **r**) $x + y = 0$ y el punto **A**(1,3), encontrar el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de **r** y **A**. Reconocerlo.

iv) Hallar la envolvente de $mx \cdot (1 - m) = 3mx + 2my + 2y + 2m$. Graficar.