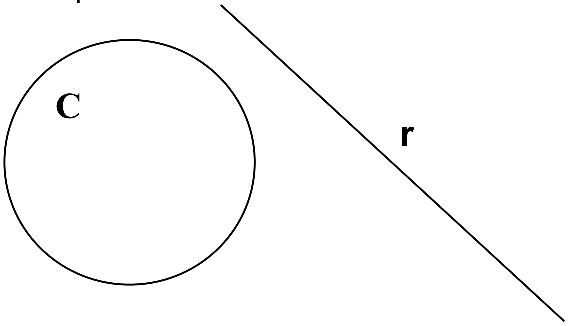
Instituto Crandon - Examen de Matemática B 6° Ing. - 14 de julio del 2014

Eximidos: ejercicios 3 y 4. Reglamentados: ejercicios 1 al 4. Libres: ejercicios 1 al 5.

1) a) Dada la circunferencia de centro O (-2 , -4) y radio $r = \sqrt{5}$, hallar las ecuaciones de las tangentes que pasan por el punto P(3 , 9).

b) Construir (ubicar) el polo de la recta **r** respecto a la circunferencia **C**. Justificar.



2) a) Sea ABC un triángulo rectángulo en B. M(-1 ,-3) es el punto medio de AB. La recta BC es x+2y-8=0. El punto C pertenece al eje OX. Hallar las coordenadas de A, B y C.

b) ABCD es un cuadrilátero nombrado en sentido horario, inscripto en una circunferencia. La intersección de AC y BD es el punto M. La longitud del segmento AM es 7, del segmento BM es 8 y la del segmento CM es 9. Calcular la longitud del segmento DM. Justificar.

3) Dada la parábola P) $y = \frac{2}{\lambda}x^2 - 2x + \lambda$, con $\lambda > 0$. Sea N la intersección de la parábola con el eje OY. Por N se traza la tangente t a la parábola, y por el foco F de la parábola se traza la perpendicular p a la recta t . a) Hallar el lugar geométrico de la intersección de p y t.

b) Calcular λ de manera que la recta y = x – 2 sea tangente a la parábola y determinar el punto de contacto.

c) Sea J otra familia de parábolas, de ecuación $y = \beta.x^2 + (1-2\beta).x + 3 - 3\beta$
Demostrar que pasan por 2 puntos fijos A y B.

4) Se considera la familia de cónicas $K_\lambda)\ (\lambda-1).x^2 + 4xy + (\lambda+2).y^2 + 2\lambda.x + 8y + 2\lambda = 0$

a) Estudiar género y degeneramiento de K_λ en función de λ, $\lambda \in \Re$.

b) Para el mayor valor de λ para el cual K_λ degenera, graficar K_λ. Reconocer.

c) Determinar la ecuación de la envolvente de las rectas $(m^2+m).x + (2m+1).y = m^2 - 3$.
Reconocer, hallar elementos y graficar.

d) Sean O (0,0), P (m, 0), Q (0, m+1) tres puntos. Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por O, P y Q al variar m.

5) Hallar la ecuación de la hipérbola de focos A(3,0) y B(-1,1) que pasa por P(0,2).

Soluciones:

3) a) y = 2x

b) λ=16 P(12,10)

c) Puntos fijos A(-1,2) B(3,6)

4) a) género: si $\lambda > 2$ ó $\lambda < -3$, el género es elíptico

si λ está entre -3 y 2, el género es hiperbólico.

si λ es -3 ó 2, el género es parabólico.

La familia de cónicas degenera para λ=2 ó λ= -4.

c) $x^2+4y^2-12x+4y+12=0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{(x-6)^2}{5^2}+\frac{(y+\frac{1}{2})^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2}=1$ Es una elipse centrada en (6,-1/2).

d) $y=\frac{2x+1}{2}$